



Book Talk

編集・発行 海南高校図書館
第8号 2010. 09. 01.

数学とはそもそも何か

バビロニア時代(BC 19世紀～BC 16世紀)に書かれた粘土板に刻まれていた数値は、実は「ピタゴラス数」であったなんてことを知ると、ただただ「人間てすごいんやな～」と誰しも思うだろう。ピラミッドを建造したことをすごいことだと感嘆する人が多いのに、古代バビロニア人のこの事実に驚く声はあまり聞かないのは不思議なことである。

2乗+2乗が2乗に等しい3つの整数をピタゴラス数という。つまり、ピタゴラスの定理が成り立つ3つの整数である。

教科書の巻末に載っている三角関数や常用対数の表は、今ではコンピューターを使って小数点以下第4位くらいなら簡単に求められる。

マクローリン展開して数値を代入すれば求まるのかな？

しかし、コンピューターの力を借りられなかった頃からサインやログの値の表が出来ていたという事実にもっと感動していいのではないと思う。君たちは感動してるかな～？万里の長城と同じくらいすごいことなのであると僕は思う。

三角関数表は1613年にドイツのビティクスによって作られた。

もちろん、コンピューターはまだない。どうやって値を求めていったのか、興味のある人は調べてみると良い。どんな苦労があったのか想像を絶する。

人類が文化や文明を持ち始めた時から数学はあった。美術や音楽と同じくらい数学の歴史は古い。人類最古の文学が一体いつ生まれたのかは知らないが、多分数学の方が古いだろう。ある意味、数学は人類の歴史の大きな一部であると言える。興味のある人は、例えば前掲の「カジョリ数学史」の他に

「数学の世界」(ランスロット・ホグベン著 河出書房新社)

「数の話」(サイエンスライブラリー)

を読んでみると良い。

「魔術から数学へ」(森毅著 講談社学術文庫)

「数学の歴史」(森毅著 紀伊国屋新書)

は薄い文庫本や新書本であるから読みやすく、かつ面白い。

また、「数学とは何か」について、歴史も振り返りながら書かれたもので、手に入りやすく読みやすい本を一冊あげるとなると

「数学入門 上下」(遠山啓著 岩波新書)

は是非読んでみよう。自然数から始まって微分方程式まで、いかに生まれ、発展してきたかが、高校生にも分かるように書かれている。しかも、数学というのは、決して紙の上だけで発展してきたのではなく、他の科学や社会の要求をベースに出来てきたものであることがよく分かるはずである。世界に誇れる名著中の名著なのに、本校の図書館には置かれていない。

ちょっと背伸びしたい人は

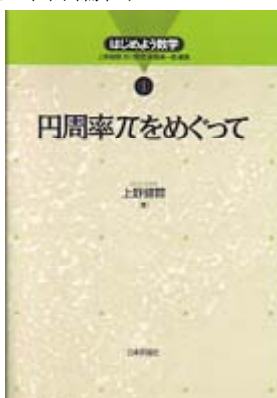
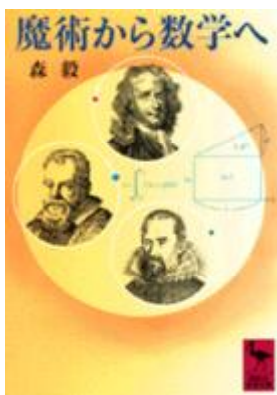
「近世数学史談」(高木貞治著 岩波文庫)

「*円周率 π をめぐる」(上野健爾著 日本評論社)

を読んでみるとよい。難しい数式は「とばし読み」で十分である。高校以降の数学の雰囲気を楽しむことは楽しいことである。

女王の髪の毛の香り

理科が好きな生徒は誰しも子どもの頃に科学雑誌の類を読んだり見たりして、想像力をかきたてられた経験をもつ。一般相対性理論を本当に分かろうとしたら、物理のベンキョーの他にリーマン幾何学という難しい・難しい・難しい数学をベンキョーして、その上でやっと「分かる」ものらしい。しかし、そんなベンキョーはしなくても「光速で移動すると時間の進行が止まる」なんてハナ



シを知って、子どもは相対性理論に想像力をかき立てられる。我々の宇宙は150億年前にビッグバンにより誕生したというハナシは、150億年以上前はどのような状態だったのかは全く分からないけど、物理学や天文学への興味をひきつけるであろう。そして、そのような少年少女の何人かが、将来勉強してみようと思うようになるのである。ちょうど、ワールドカップの放送を見て、将来サッカー選手になりたいとサッカー少年が夢見るのと同じである。

ところが、数学に関してはそういうコトが余り(ほとんど)ない。「数学が好き」「将来数学者になりたい」という子どもはいても、

それは「数学が出来るから」「数学が得意だから」であることが多い。「宇宙の成り立ちを勉強したい」「遺伝子の謎を研究したい」「癌の特効薬を作りたい」「ワールドカップのピッチに立ちたい」「パリコレの舞台に立ちたい」等々、他の分野ならいっぱい「夢」が語られ、「夢」を求めて子どもが集まるのに、数学にはない(ように思える)。「大学の数学科に行ったらポアンカレ予想問題を解決したい」という高校生に海南高校ではお目にかかったことはない。数学オリンピックで金メダルを取るような高校生ならそういう夢を語るだろうが他の分野と比べると圧倒的に少数である。数学の宿命だが、「夢」を分かりやすく語りにくいからである。

ポアンカレ予想とは「ユークリッドn次元球面とホモトピー同値な閉n次元多様体はユークリッドn次元球面と同相である」という予想である。最近ロシアの数学者が解決したらしい。

ポアンカレ予想問題だけでなく、「n次元複素多様体の特異点の解消定理」「証明における不完全性定理」など、少年少女がこんなコトバを聞いて、「大学にいったら僕も勉強・研究したい」という「夢」を抱きにくい。確かに。

とはいえ、そういう「夢」、つまり最先端のところでは何が「問題」になっていて、何が解決したのかを知ることが大切であるのは、他分野のように「裾野を広げる」意味でも必要であるし、君たちもちよつと匂いを嗅いでみて欲しいと思う。「今高校でやっていることが将来どうつながっていくのか」はモチベーションを高めるために必要であるのはスポーツの世界と同じである。

最近、350年間解けなかった「フェルマーの最終定理」が解かれたというニュースは君たちも知っているだろう。

自然数で、「2乗+2乗=2乗」をみたす自然数はいっぱいある(3, 4, 5 や 5, 12, 13等々)が、3乗以上になるとそんな自然数は見つからないというのがフェルマーの最終定理なのだが……

350年にわたって天才たちが研究してきたが解くことが出来なかったこの問題の証明が、どのような苦労の末に成功したかは

「フェルマーの最終定理」(サイモン・シン著 新潮文庫)

に詳しく書かれている。難しい数式や定理はとばして読みで、一度読んでみよう。もちろん、片山はその証明は知らない。玉置先生は知っているのかな……。君たちの中で、将来、大学の数学科に行ったら勉強する人がいたら、勉強することがあるだろう。

数学は科学の女王であると言われる。是非女王の髪の毛の香り君たちの中の何人かでも嗅いでもらいたい。そんな最先端でなくても、高校以上の数学の「匂い」を嗅ぐのなら

「*無限と連続」(遠山啓著 岩波新書)

「*数学の不思議」(カルヴィン・C・クロースン著 青土社)

「*数学30講シリーズ」(志賀浩二著 朝倉書店)

「対話現代数学入門」(小針硯宏著 ブルーバックス)

などを手にとって匂いを嗅いでみよう。クンクンと。良い香りがすることは保障するけど、それが君たちを官能の世界に誘い込むかどうかは知らないが、アハハ。

とはいえ数学はやっぱり難しい

数学の何が難しいのかと言うと、「いつでも・どこでも」「必ず」「成り立つ・成り立たない」こと



片山先生による解法のテクニック

を言わなければならないからである。
小学生に「奇数足す奇数は偶数になるけど、どうしてかな？」と訊いてみよう。彼は多分次のように答えるだろう。

例えば、3 足す 5 は 8 だし、1 3 足す 1 7 は 3 0 だし、このように奇数を足したら偶数になる。

しかし、これでは、単にこの 2 組の奇数について成り立つことを言ってるに過ぎない。どんな奇数でも成り立つことを証明したわけではない。これを

2 つの奇数は、整数 m と n を使って $2m+1$ と $2n+1$ と表され、この和は $2(m+n+1)$ となり、 $m+n+1$ は整数であるから、偶数になる。

と証明すれば、それで(それだけで)すべての無数に存在する奇数について成り立つことの証明が完成する。無数にある奇数をすべて書き上げるのはもちろん不可能だが、「整数 m を使って $2m+1$ と表される数」と書けば無数にある奇数を取り込んでしまえるのである。



よく言われるハナシだが、「自然数 $n = 1, 2, 3, \dots$ 」と書かれているこの「3 つの $\cdot$ 」は 1 億も 1 兆も千京も、それよりもっともおおきな自然数全てを取り込んでしまう魔法の点なのである。もちろん、無限なんてことを考えるのが苦手な人は「あの $\cdot \cdot \cdot$ が出てきた時点で数学が分からなくなった」などと言う人もいる。

いつでも(4 千年前でも地球滅亡の前日でも)、どこでも(エジプトでも日本でもアンドロメダ星雲でも)、誰がやっても(クレオパトラが計算してもカタヤマが計算しても)成り立つことを言わなければダメなんだから、数学はやっぱり難しい。分からなくても決して悲観する必要はない。大学で使う代数学のテキストを開いても殆どの人は全く分からないだろう。それでも、生きていけるのである。群論が分からなくても恋はできるし、ガロア理論が理解できなくても美味しい食事をすれば人は十分幸せに浸れるのである。

数学の面白さに出会えるなんて、高度 1 万 m の上空からサハラ砂漠に落としたコンタクトレンズを探し当てるようなものかもしれない。え？ それじゃ、宝くじより難しいか～、アハハ。

数学教師の僕としては、誰か一人でもコンタクトレンズを拾い、「数学という魔界」に迷い込んでしまう生徒がいても良いのにな～とは思うけどネ。

結局、君の中に数学はある。君の中にしか数学はない。

とはいえ、小学校からの数学体験は決して無駄ではなかったはずである。

- ・くじ引きで、小学生なら我先にくじをひこうと飛び出してくるが、君たちはそんな恥ずかしいことはしない。「くじ引きでは当たる確率は引く順番に関係ない」ことを「確率」で学んだからである。
- ・「20 分間に 2 倍に増える細菌は 2 時間では 12 倍ではなく 64 倍にも増える」ことを「指数関数」で学んだ。
- ・「ネズミ講なんて絶対うまくいくことはない」ことは「等比数列」で確認した。
- ・「長さが一定のロープで長方形を作るとき正方形が面積が一番小さくなる」ことを「2 次関数」で証明しただろう。
- ・「3 枚のジャケットと 4 枚のパンツがあればコーディネートのは 12 通りある」ことは「場合の数」で学んだはずである。
- ・円の面積が半径×半径×円周率で求まることは「数学Ⅲ」で証明した。

決して「数学をやって学んだことは 2 点間に行くときは真っ直ぐ行くのが一番近いということだった」(菊池寛?)ということだけではないと思う。数学を学んできて、君が得た一番大きなモノは何なのだろう。

数学が何故必要で大切か、一般的には次のように言われる。
携帯電話で話ができるのも、CD で音楽が聴けるのも、新幹線が走るのも、メール通信ができるのもみんな数学のお陰です。

等々、その「効用」が語られる。

そのような「大きな効用」ではもう一つ実感が湧きにくいだろう。「CD で音楽が聴けるのはフーリエ解析という数学が基礎にある」「メール通信ができるのは初等整数論の成果に依っている」なんて言われても高校生ではフーリエ解析も初等整数論もやってないから、よくわ

からないのも無理はない。

結局「数学をやって良かったかどうか」「何が良かったか」は、各自のココロの中で正解を見つけるしかないのであると思う。そりゃ、

- ・試行錯誤をする思考訓練が手っ取り早くできる教科です。
- ・使える条件は何なのかを整理してそれらをどう組み合わせれば良いかを練習するのに一番適した教科です。
- ・自分が考えたことを答案という形で他人に説明する経験を手短に積むことができます。
- ・物事を総合したり分析したりする思考力を簡単につけることができます。
- ・推論とか論証とかをいたる場面で体験できます。

等々、一応数学教師としての理屈付けはできる。しかし、それらの理由を挙げたところで君たちの胸にストーンと落ちてナットクするかどうかは別である。わかったような気にさせることはできるが……。

結局、「数学」はその魅力も必要性も含め、君自身のココロの中にあるのである。君自身のココロの中にしかないのである。

数学とは何か？

君自身が数学だと感じているモノ・コトを数学という。オソマツ！

(完)

■編集部より■

1 年間の沈黙を破って、片山先生の数学物語がついに完結しました。先生の、数学に対する海のように広く深い愛を感じ取っていただけましたか？ 購入希望図書調査の折には、先生は毎回たくさんの書籍をリクエストしてくださいます。

先生のリクエストで最近購入した本の中にこんなパズル？がありました。挑戦してみてください。

★仲間はずれはどの数？

問 1 .	101	321	681	991	450	811
問 2 .	11	31	41	51	61	71
問 3 .	100	225	121	256	288	361
問 4 .	239	251	257	263	271	283

わかりましたか。

答えは、栗色のポニーテールと細いブルージーンズがよく似合う中学 2 年生のユーリと、高校 2 年生の「僕」が星の図鑑を見終わったところから物語が始まる『数学ガール』で探してください。

問 4 は、ちょっと難しいようです。何しろ、「僕」が見つけるのに丸一日かかったのですから。